

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе

А.А. Воронов

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Теория вероятностей
по направлению:	Экономика
профиль подготовки:	Управление инновациями в бизнесе Физтех-школа бизнеса высоких технологий кафедра высшей математики
курс:	2
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 52 всего, в том числе:

лекции: 26 час.

семинары: 26 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 38 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Количество контрольных работ, заданий: 2

Программу составил: В.Ю. Дубинская, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры высшей математики 23.11.2023

Аннотация

Излагаемая теория описывает модели случайных экспериментов. Такого рода эксперименты (в которых невозможно заранее точно предсказать результат) изучаются в физике, биологии, технике, финансовой стохастической математике и других дисциплинах. Для моделирования вводится понятие вероятностного пространства, предложенное А.Н.Колмогоровым на основе общей теории меры. В курсе рассматривается ряд классических примеров и показывается, как формальные обобщения отражают естественные свойства частот, наблюдаемых (в примерно одинаковых условиях) событий. Наряду с элементарными свойствами вероятности и не только в рамках конечного числа равновероятных исходов устанавливаются формула полной вероятности и формула Байеса. Большое внимание уделяется примерам, позволяющим развивать вероятностную интуицию, например, детально рассматривается схема Бернулли. При этом определяется независимость событий, а также систем событий.

Особую роль играет понятие случайной величины как “измеримой функции элементарных исходов”, а также понятие ее распределения. Вводятся основные виды дискретных и абсолютно непрерывных распределений такие, как равномерное, биномиальное, Пуассона, экспоненциальное, нормальное и другие. Определяются важные числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание и дисперсия. Доказывается ряд важнейших предельных теорем, справедливых при определенных условиях для последовательностей (независимых) случайных величин. К ним относятся варианты закона больших чисел и центральной предельной теоремы. Для этого устанавливается неравенство Чебышева, рассматриваются различные типы сходимости случайных величин, а также применяется аппарат характеристических функций (преобразований Фурье). Некоторые результаты даются и для моделей, описываемых случайными векторами.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- формирование базовых знаний по теории вероятностей для дальнейшего использования в других областях математики, естественнонаучных и гуманитарных дисциплинах;
- формирование математической культуры и исследовательских навыков;
- овладение методами анализа случайных явлений и процессов.

Задачи дисциплины

- приобретение обучающимися теоретических знаний, связанных с аксиоматикой теории вероятностей и ее применениями;
- умение распознавать и выделять вероятностные закономерности;
- свободное владение основными понятиями (вероятностное пространство, случайная величина, независимость и т.д.), формулами (полной вероятности, Байеса и др.) и классическими схемами (Бернулли, полиномиальной и др.);
- знание основных теорем (законы больших чисел, центральная предельная теорема и др.) и границы их применимости;
- развитие теоретико-вероятностной интуиции, т.е. умения строить математические модели, правильно отражающие те или иные стороны случайных явлений.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки

УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития
--	--

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- понятие вероятностного пространства;
- определения независимости событий и классов событий;
- определения случайной величины и связанных с ней числовых характеристик (математическое ожидание, дисперсия, моменты);
- понятия независимости случайных величин, ковариации и коэффициента корреляции;
- определения и свойства функции распределения, плотности, производящей функции, характеристической функции;
- виды сходимости последовательностей случайных величин (почти наверное, по вероятности, в среднем квадратическом, по распределению) и соотношения между ними.

уметь:

- применять основные теоремы и формулы:
- формулу полной вероятности,
- формулу Байеса,
- теоремы сложения и умножения,
- предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа,
- законы больших чисел Бернулли, Чебышева и Хинчина,
- центральную предельную теорему.

владеть:

- основными приемами построения вероятностного пространства;
- комбинаторной техникой вычисления вероятности и приемами вычисления геометрических вероятностей;
- аналитическими методами теории вероятностей, связанными с применением производящих и характеристических функций;
- приближенными методами вычислений, основанными на применении предельных теорем.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Вероятностное пространство и дискретная вероятностная модель.	4	4		6
2	Последовательности независимых испытаний.	6	6		8
3	Дискретные случайные величины.	4	4		8
4	Общая модель вероятностного пространства.	6	6		8
5	Законы больших чисел и центральная предельная теорема.	6	6		8
Итого часов		26	26		38
Подготовка к экзамену		0 час.			

Общая трудоёмкость	90 час., 2 зач.ед.
--------------------	--------------------

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 3 (Осенний)

1. Вероятностное пространство и дискретная вероятностная модель.

Теоретико-множественная модель событий. Определение вероятности. Элементы комбинаторики. Геометрические вероятности. Алгебры множеств и разбиения. Простейшие свойства вероятности на конечной алгебре событий. Теорема сложения. Условная вероятность. Теорема умножения, формула полной вероятности, формула Байеса. Независимость событий.

2. Последовательности независимых испытаний.

Схема Бернулли. Вероятностное пространство, описывающее схему Бернулли, и биномиальное распределение. Предельные теоремы: теорема Пуассона и локальная теорема Муавра-Лапласа. Полиномиальная схема и полиномиальное распределение.

3. Дискретные случайные величины.

Индикаторы событий и их свойства. Законы распределения дискретных случайных величин. Определение и свойства математического ожидания и дисперсии. Целочисленные случайные величины и производящие функции.

4. Общая модель вероятностного пространства.

Последовательности множеств, верхний и нижний пределы. Сигма-алгебры множеств. Счетная аддитивность и непрерывность функции множеств. Общее определение случайной величины, функция распределения. Абсолютно непрерывные случайные величины: плотность распределения, определение математического ожидания. Вычисление математического ожидания и дисперсии. Совместное распределение и независимость случайных величин. Мультипликативное свойство математического ожидания. Ковариация и коэффициент корреляции, ковариационная матрица. Задача линейного оценивания.

5. Законы больших чисел и центральная предельная теорема.

Неравенства Маркова и Чебышева. Закон больших чисел в форме Бернулли и форме Чебышева. Полиномы Бернштейна. Определение и свойства характеристических функций. Характеристические функции некоторых распределений. Формула обращения и теорема сходимости (без доказательства). Виды сходимости последовательностей случайных величин. Центральная предельная теорема. Закон больших чисел в форме Хинчина.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором, экраном и микрофоном.

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Введение в теорию вероятностей и ее приложения [Текст] : в 2 т : учеб. пособие для вузов. Т. 1 / В.Феллер ; пер. с пересмотр. 3-го англ. изд. Ю. В. Прохорова ; [придесл. А. Н. Колмогорова]. — М. : Мир, 1984. — 528 с.
2. Задачи по теории вероятностей [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. Н. Ширяев. — М. : МЦНМО, 2006. — 416 с.

Ширяев, А. Н.

Вероятность [Текст]. В 2 т. Т. 1. Элементарная теория вероятностей. Математические основания. Предельные теоремы : учебник для вузов / А. Н. Ширяев

Севастьянов, Б. А.

Курс теории вероятностей и математической статистики [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / Б. А. Севастьянов .— М. ; Ижевск : Ин-т компьютерных

Захаров В.К., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П.

Теория вероятностей.— М.: Наука, 1983.— 160 с.

Чистяков, В. П.

Курс теории вероятностей [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. П. Чистяков .— 7-е изд., испр. — М : Дрофа, 2007 .— 253 с. — (Высшее образование). - Библиогр.: с. 248. - Предм. указ.: с. 249-250. - 5000 экз. - ISBN 978-5-358-03022-0 (в пер.) .

Дополнительная литература

1. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика [Текст] : учебник для вузов / Ю. А. Розанов .— 2-е изд., доп. — М. : Наука, 1989 .— 312 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://www.math.mipt.ru>

<http://lib.mipt.ru>

<http://www.exponenta.ru> – образовательный математический сайт.

<http://mathnet.ru> – общероссийский математический портал.

<http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».

<http://benran.ru> –библиотека по естественным наукам Российской академии наук.

<http://www.i-exam.ru> – единый портал Интернет-тестирования в сфере образования.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению: Экономика
профиль подготовки: Управление инновациями в бизнесе
Физтех-школа бизнеса высоких технологий
кафедра высшей математики
курс: 2
квалификация: бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Дифференцированный зачет

Разработчик: В.Ю. Дубинская, канд. физ.-мат. наук, доцент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Теория вероятностей» обучающийся должен:

знать:

- понятие вероятностного пространства;
- определения независимости событий и классов событий;
- определения случайной величины и связанных с ней числовых характеристик (математическое ожидание, дисперсия, моменты);
- понятия независимости случайных величин, ковариации и коэффициента корреляции;
- определения и свойства функции распределения, плотности, производящей функции, характеристической функции;
- виды сходимости последовательностей случайных величин (почти наверное, по вероятности, в среднем квадратическом, по распределению) и соотношения между ними.

уметь:

- применять основные теоремы и формулы:
- формулу полной вероятности,
- формулу Байеса,
- теоремы сложения и умножения,
- предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа,
- законы больших чисел Бернулли, Чебышева и Хинчина,
- центральную предельную теорему.

владеть:

- основными приемами построения вероятностного пространства;
- комбинаторной техникой вычисления вероятности и приемами вычисления геометрических вероятностей;
- аналитическими методами теории вероятностей, связанными с применением производящих и характеристических функций;
- приближенными методами вычислений, основанными на применении предельных теорем.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Текущий контроль осуществляется на основе балльно-рейтинговой системы (БРС) оценки знаний по изучаемой дисциплине. БРС учитывает выполнение студентами совокупности домашних заданий и контрольных работ в соответствии с учебным планом. Данные о посещаемости и текущей успеваемости вносятся преподавателями в специальные журналы и учитываются в БРС.

Текущий контроль на основе домашних заданий осуществляется в течении учебного семестра в сроки, установленные Учебным управлением, в соответствии с учебным планом.

Для сдачи задания студент обязан предоставить решение задачи домашнего задания в письменной форме, ответить на вопросы преподавателя и написать контрольную работу по заданию, по которой проверяются знание понятий и утверждений по темам сдаваемого задания и умению решать задачи.

Во время выполнения контрольной работы нельзя пользоваться помощью других лиц, вычислительной техники и мобильными телефонами.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень контрольных вопросов для дифференцированного зачета:

1. Найти наиболее вероятное число выпадений в сумме 4-х очков при 83 бросаниях двух игральных костей.
2. Однотипные приборы выпускаются тремя заводами. Первый завод выпускает половину всей продукции, второй треть и третий остальную часть. Вероятность того, что прибор, выпущенный первым заводом, проработает безотказно более трех лет равна 0,7. Для второго завода эта вероятность равна 0,6, а для третьего 0,5. Какова вероятность того что взятый наудачу прибор проработает более трех лет?
3. В группе из 30 студентов 10 отличников, 15 хороших студентов и 5 слабых. Отличник при тестировании с вероятностью 0,7 получает «отлично», с вероятностью 0,2 – «хорошо» и с вероятностью 0,1 – «удовлетворительно». Хороший студент получает эти же оценки с вероятностями 0,5; 0,3 и 0,2, соответственно. Слабый студент получает оценки «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно» с вероятностями 0,3; 0,5 и 0,2, соответственно. При аттестации вуза из группы выбирается для тестирования студент случайным образом. Какова вероятность того, что в тестировании принимал участие отличник, если была получена оценка «хорошо»?
4. Пять студентов независимо друг от друга купили билеты на поезд, в котором семь вагонов. Какова вероятность того, что все они попадут в разные вагоны?
5. Два клиента должны позвонить в управляющую компанию с 9 до 12 часов, независимо друг от друга. Одному из них потребуется для разговора 10 минут, а второму – 15. Найти вероятность того, что ни один из них не позвонит во время разговора другого.
6. В коробке 5 белых, 10 черных и 5 красных шаров. Трое по очереди извлекают шары до тех пор, пока у одного из них не появится белый шар. Этот игрок считается победителем. Какова вероятность выигрыша второго игрока, если после каждой попытки шар возвращается в коробку?
7. В чулане находится n пар ботинок. Из них случайно выбирают $2r$ ботинок ($2r < n$). Какова вероятность, что среди выбранных ботинок: а) отсутствуют парные; б) имеется ровно одна комплектная пара; в) имеется ровно две комплектные пары?

Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;

оценка «отлично (9)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые были самостоятельно обнаружены и исправлены;

оценка «отлично (8)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые полсе указания экзаменатора были самостоятельно исправлены;

оценка «хорошо (7)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает неточности в ответе или делает несущественные ошибки при решении задач;

оценка «хорошо (6)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает небольшие ошибки в ответе и (или) при решении задач;

оценка «хорошо (5)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но отвечает неуверенно и (или) допускает ошибки при решении задач;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, если при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, не владеющему некоторыми разделами учебной программы, но умеющему применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;

оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется обучающемуся, показавшему полное незнание учебной программы дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Дифференцированный зачет проводится по итогам текущей успеваемости сдачи заданий и контрольных вопросов, предусмотренных программой дисциплины, с учетом набранных очков по БРС. При наборе количества очков БРС не меньше порогового студенту ставится диф-зачет.

При проведении устного опроса обучающемуся предоставляется 1 астрономический час на подготовку. Опрос обучающегося на устном опросе не должен превышать двух астрономических часов.

Во время проведения устного опроса обучающиеся могут пользоваться только программой дисциплины.

Проректор по учебной работе и довузовской подготовке

_____ А. А. Воронов

« ____ » _____ 2018

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студентов

Дисциплина: Теория вероятностей, 2 курс, 3 семестр, дифференцированный зачет

Кафедра: высшей математики

№	Вид занятий	Сумма баллов
1.	Контрольная работа № 1 по сдаче 1 задания	0 – 9
2.	Контрольная работа № 2 по сдаче 2 задания	0 – 9
4.	Задание № 1 (тетрадь и ее защита)	0 – 3
5.	Задание № 2 (тетрадь и ее защита)	0 – 3
7.	Проверка теоретических знаний (не более трёх лекционных контрольных)	0 – 3
8.	Работа на семинарах	0 – 3
9.	Контрольный опрос	0 – 70
	ИТОГО	0 – 100

Соответствие между суммой баллов БРС и итоговой академической успеваемостью (итоговой оценкой)

Баллы БРС	Оценки	
93 – 100	10	отлично
86 – 92	9	
79 – 85	8	
72 – 78	7	хорошо
65 – 71	6	
58 – 64	5	
51 – 57	4	удовлетворительно
44 – 50	3	
31 – 43	2	неудовлетворительно
0 – 30	1	

Регламент принятия домашних заданий и проведения экзамена определяется «Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов на кафедре высшей математики».

Зав. кафедрой

Г.Е. Иванов